

# Tema 2<sup>a</sup>

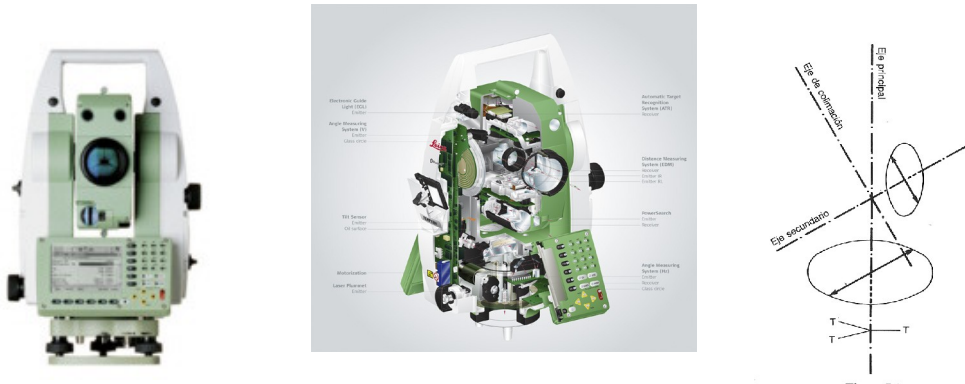
## Principios de la Topografía Clásica

### 2.1 Introducción

Una de las principales tareas de la topografía es hacer planos (levantamientos), otra es llevar sobre el terreno proyectos de obras (replanteos). Los instrumentos y métodos utilizados son muchos. En este curso veremos algunos de ellos, los más útiles para vuestra profesión.

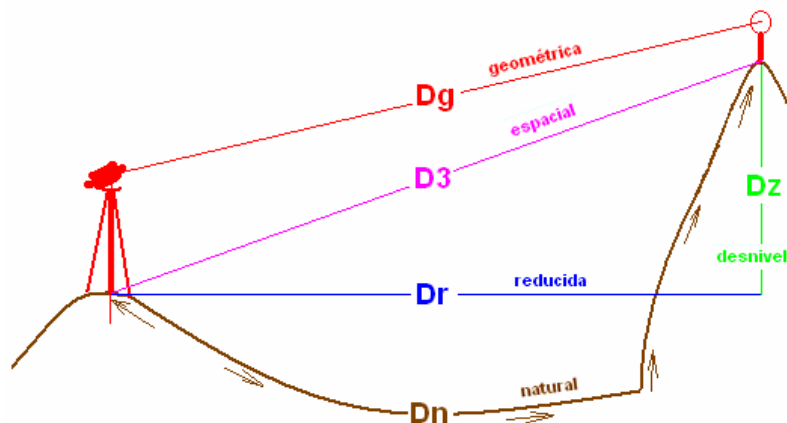
La posición de los elementos se define por un sistema de coordenadas cartesianas planas, definido en un determinado sistema de referencia, pero en campo muchos trabajos se realizan sobre coordenadas polares: ángulos y distancias, por lo que vamos a ver algunos conceptos relacionados con estos tipos de datos.

Uno de los instrumentos más utilizados es el TAQUIMETRO, que aunque actualmente constituyen equipos muy sofisticados, en realidad se reducen a un sistema de medida de ángulos horizontales, ángulos verticales y distancias



### 2.2 Tipos de Distancias

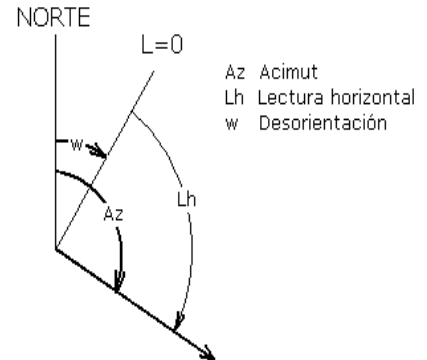
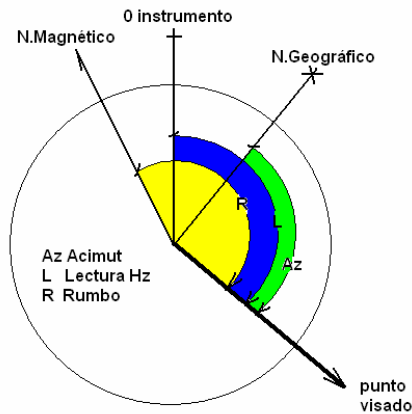
Tipos de Distancia:



Estas consideraciones dan lugar a los conceptos de perímetro real y perímetro plano, o a superficie real y superficie agraria o plana

## 2.3 Tipos de Ángulos en Topografía

**Ángulos horizontales:** Ya vimos que había varios tipos de Norte. Referidos a cada uno de ellos se definen los siguientes ángulos<sup>1</sup> horizontales:



**ACIMUT** Es el ángulo que forma una dirección con el Norte Geográfico

**RUMBO** Es el ángulo que forma una dirección con el norte Magnético

Los ángulos en topografía siempre deben estar entre 0 y 400. Si son negativos se les suma 400. Si pasan de 400 se les quitan 400

**LECTURA** es el ángulo que forma una dirección con el cero del instrumento.

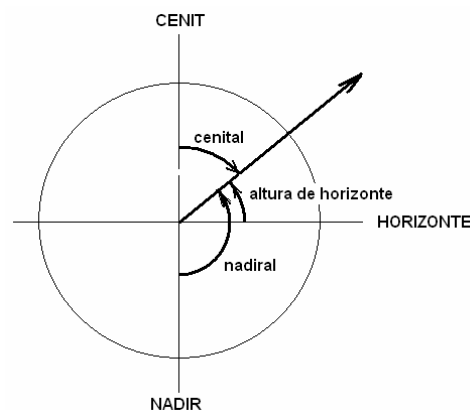
Una vez estacionamos el taquímetro este queda DESORIENTADO, la lectura que nos proporciona no está referida a ninguna dirección especial, sino al CERO del limbo horizontal

La Desorientación del instrumento es el **acimut del cero**:  $Az = Lh + \Sigma$

Ejemplo: Si el acimut de una dirección es 105,4527 gon y lo visamos con una lectura horizontal de 222,3419 gon, cual es la desorientación?

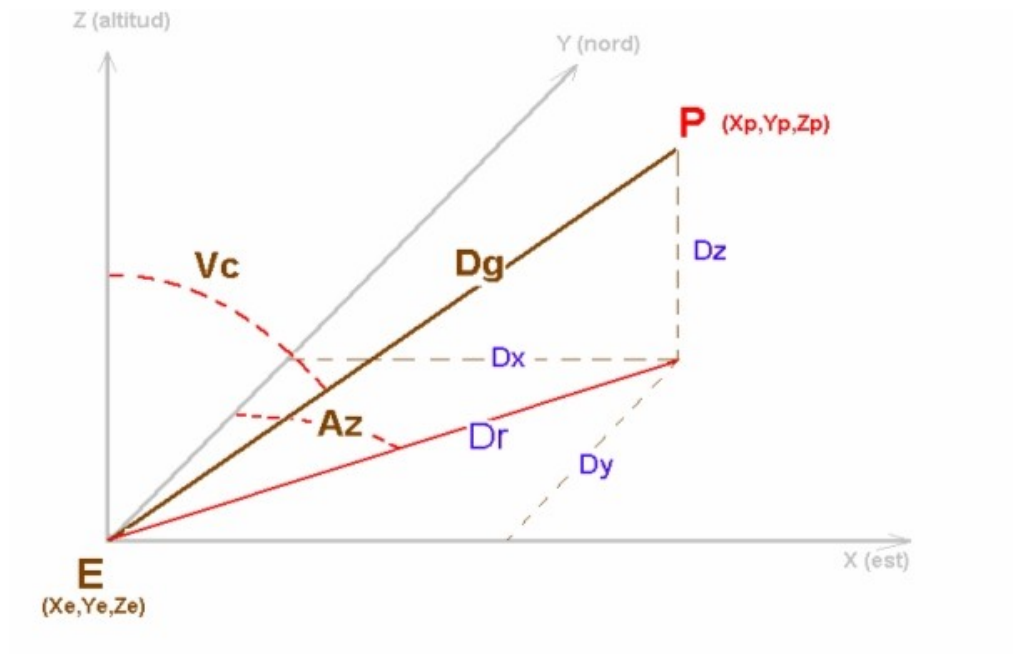
$$\Sigma = Az - Lh = 105.4527 - 222,3419 = -116,8892 + 400 = 283,1108 \text{ gon (}= \text{acimut del cero)}$$

**Ángulos verticales:**



<sup>1</sup> Cuando se define un ángulo entre dos direcciones se debe entender la segunda citada como origen del ángulo y sentido en dirección de las agujas del reloj.

## 2.4 Cálculo de Coordenadas por radiación (problema directo)

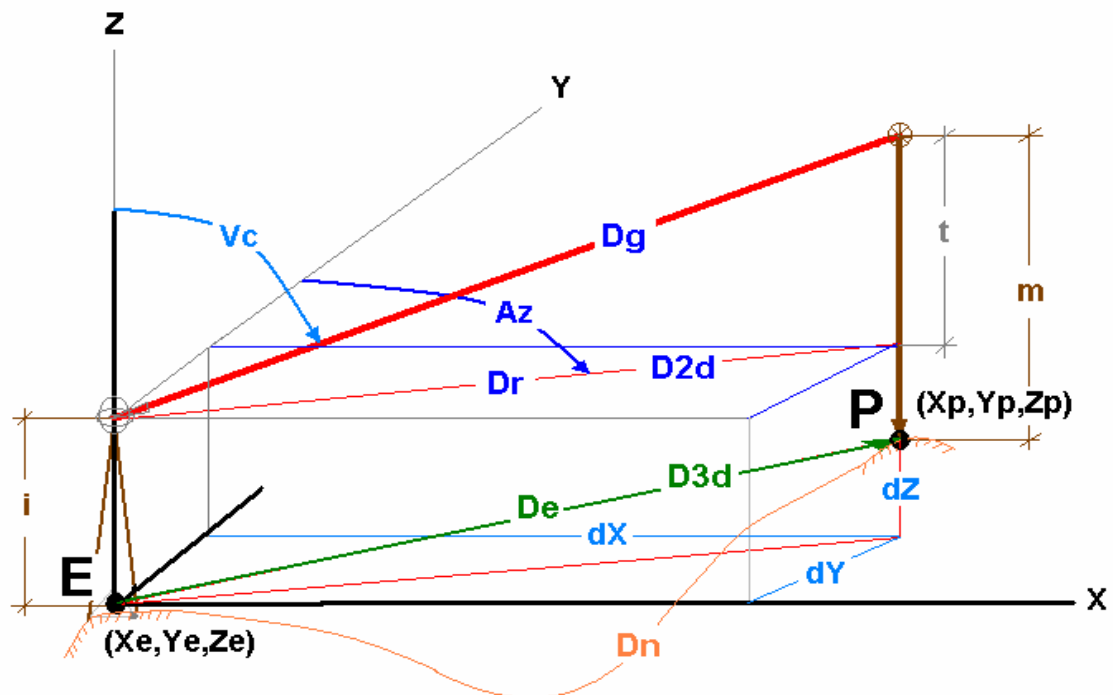


$$\begin{aligned} X_p &= X_e + D_x = X_e + D_g \cdot \sin V_c \cdot \sin Az \\ Y_p &= Y_e + D_y = Y_e + D_g \cdot \sin V_c \cdot \cos Az \\ Z_p &= Z_e + D_z = Z_e + D_g \cdot \cos V_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_x &= D_r \cdot \sin Az = D_g \cdot \sin V_c \cdot \sin Az \\ D_y &= D_r \cdot \cos Az = D_g \cdot \sin V_c \cdot \cos Az \\ D_z &= D_r / \tan V_c = D_g \cdot \cos V_c \end{aligned}$$

$$D_r = D_g \cdot \sin V_c \rightarrow D_g = D_r / \sin V_c$$

En la práctica el instrumento de medida o taquímetro se pone sobre un trípode y por tanto tiene una cierta altura y también el punto a levantar se desplaza verticalmente del suelo, se introducen 2 nuevos valores: la altura de instrumento (i) y la altura de mira (m):



Az = Acimut E-P

Vc = Vertical Cenital

Dg = Distancia Geométrica

Dn = Distancia Natural

Dr = D2d = Distancia Reducida

De = D3d = Distancia Espacial

dZ = Desnivel

i = Alt. Instrumento    m = Alt. Mira

$$X_p = X_e + dX$$

$$Y_p = Y_e + dY$$

$$Z_p = Z_e + dZ$$

$$dX = Dr \cdot \sin Az$$

$$dY = Dr \cdot \cos Az$$

$$dZ = Dr / \tan Vc + i - m = Dg \cdot \cos Vc + i - m$$

$$Dr = Dg \cdot \sin Vc$$

Si debemos calcular las coordenadas en el sistema UTM, deberíamos multiplicar la Dr por  $K_{UTM}$ , de manera que tendríamos:

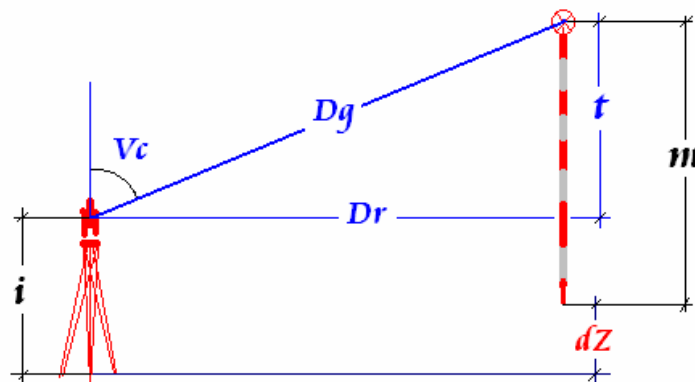
$$dX = Dr \cdot K_{UTM} \cdot \sin Az$$

$$dY = Dr \cdot K_{UTM} \cdot \cos Az$$

$$dZ = Dr \cdot K_{UTM} / \tan Vc + i - m$$

Al término  $Dr / \tan Vc = Dg \cdot \cos Vc$  se le llama "t", por tanto, como se puede ver en la figura siguiente:

$$dZ = t + i - m$$



## 2.5 Cálculo de distancia y acimut (problema inverso)

Si tenemos las coordenadas cartesianas de dos puntos 1( $x_1, y_1, z_1$ ) y 2( $x_2, y_2, z_2$ ), la **distancia reducida** entre ellos es :

$$Dr = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Si las coordenadas utilizadas son coordenadas UTM, esta distancia reducida es la **distancia UTM** ( $D_{UTM}$ ) es decir la que se representa en el mapa UTM. En la realidad, es decir en el terreno, la distancia reducida será la UTM dividida por el factor K de anamorfosis:

$$Dr = D_{UTM} / K_{UTM}$$

La **distancia espacial** ( $De$ ) o distancia 3D viene dada por la formula anterior sin mas que añadir la diferencia de Z's:

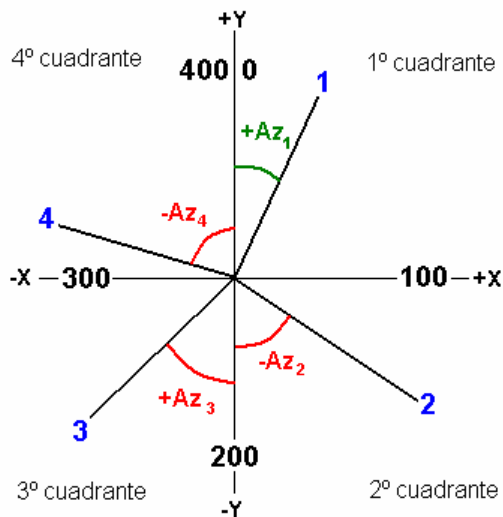
$$D3 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Recuerda que la distancia espacial ( $De$ ) no es igual a la distancia geométrica ( $Dg$ ). Sólo son iguales cuando la altura de instrumento ( $i$ ) es igual a la altura de mira ( $m$ )

El **acimut topográfico** ( $Az$ ) dos puntos se obtiene según la fórmula:

$$Az = \text{ArcoTangente } (Ax/Ay)$$

Cuando realizamos el cálculo del azimuth topográfico con una calculadora científica (tipo CASIO), el arco tangente nos da el ángulo referido al eje Y con el signo que corresponda para que la dirección quede en el cuadrante adecuado.



De manera que para obtener el azimuth correcto ( $Az_{ok}$ ) a partir del obtenido en la calculadora ( $Az_{calc}$ ) le deberemos sumar:

1º cuadrante, donde ( $dx > 0, dy > 0$ ) :

$$Az_{ok} = Az_{calc}$$

2º cuadrante, donde ( $dx > 0, dy < 0$ ) :

$$Az_{ok} = Az_{calc} + 200$$

3º cuadrante, donde ( $dx < 0, dy < 0$ ) :

$$Az_{ok} = Az_{calc} + 200$$

4º cuadrante, donde ( $dx < 0, dy > 0$ ) :

$$Az_{ok} = Az_{calc} + 400$$

### Cálculo de la desorientación de una estación :

Para calcular la desorientación en una estación, necesitamos tener el azimuth de una dirección y la lectura sobre esa misma dirección, de manera que podamos aplicar:

$$\Sigma = Az - Lh$$

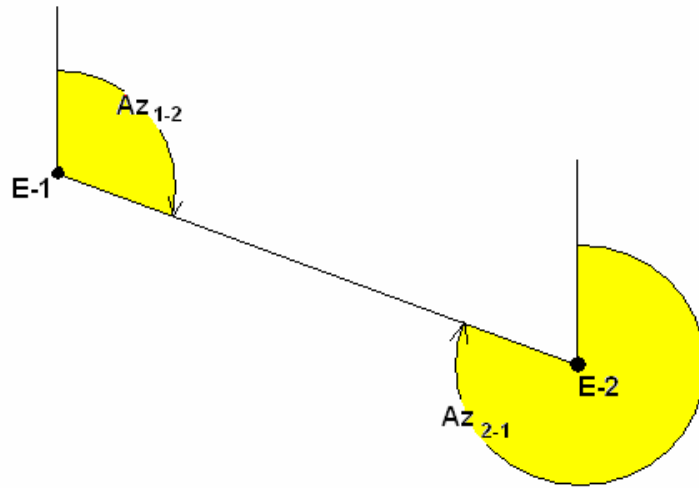
Así por ejemplo, si desde una estación tenemos una lectura horizontal de 314,2294 a un punto, cuyo acimut es 18,4233, la desorientación de la estación será:

$$\Sigma = 18,4233 - 314,2294 = -295.8061, \text{ que le sumamos } 400 \text{ y resulta } = 104.1939$$

## Acimutes recíprocos

El acimut recíproco o inverso de una dirección es igual al directo mas/ menos 200 gon.

Así por ejemplo si el acimut de E1 a E2 es de 142,2345 gon, el acimut de E2 a E1 es de 342,2345., es decir le sumamos o restamos 200 gon, de manera que el acimut recíproco resultante este comprendido entre 0 y 400 gon.



## **2.6 Escala de un plano y errores**

Ya sabemos, o deberíamos saber, que:

Escala de un plano = distancia en el terreno/distancia en el plano

En un plano la escala puede indicarse como un dato numérico (Escala numérica) y su valor suele ser:

- o múltiplos de 10: 100, 1.000, 10.000
- o múltiplos de 20: 200, 2.000, ...
- o múltiplos de 50: 50, 500, 5.000

Se debe considerar escala grande es la que genera un dibujo grande y escala pequeña la que genera dibujos pequeños. Así la escala 1/500 es mas grande que la la 1/1000 (ya que  $1/500=0.002$  es mayor que  $1/1000=0.001$ )

También puede indicarse la escala con una Escala gráfica:

En la actualidad normalmente se dibuja, calcula y proyecta en sistemas CAD (del inglés Computer Aided Design). En ellos siempre que se utilice para ingeniería civil debería definirse como unidad de distancia el metro. Cuando vamos a imprimir el trabajo, los sistemas CAD, requieren la escala de dibujo como:

mm. papel = unidades de trabajo

Si la unidad de trabajo es el metro, para dibujar un plano a escala 1/1000, donde 1mm es 1m, indicaremos:

$$1=1$$

análogamente para 1/500, indicaremos  $1=0.5$  (o su equivalente  $2=1$ ), ...

Con la implantación de los sistemas CAD, el concepto de escala ha perdido su relación con la precisión. Como veremos a continuación, la precisión de un plano, de los elementos que sobre él se representan, condiciona los métodos e instrumentos que se deben utilizar para la obtención de las coordenadas que definen esos elementos. Por tanto no es lo mismo hacer un levantamiento para un plano a escala 1/500 que para 1/2000. Es algo más que una cuestión de tamaño, aunque con los sistemas CAD pueda parecerlo, y un mismo plano se pueda imprimir a distintas escalas.

### **ERROR ALTIMÉTRICO**

Normalmente para una escala la **equidistancia de curvas de nivel** es :

$$\text{Equidistancia} = \text{Escala} / 1000$$

Se considera como **error altimétrico** característico de un plano a una cierta escala, **un cuarto de la equidistancia de curvas de nivel propia de esa escala**. Este error corresponde a puntos cualesquiera del plano, o puntos interpolados entre curvas de nivel.

Si el punto es acotado, porque se ha tomado directamente en campo, **el error altimétrico es igual a 1/5 de la equidistancia de curvas propia de la escala**, es decir igual al de la planimetría.

### **ERROR PLANIMÉTRICO**

Se considera como **error planimétrico** de un plano el límite de la percepción visual, **que es decir 0.2mm (1/5) a la escala del plano**. Es decir un ojo normal no puede apreciar distancias menores de 0.2mm y dos puntos separados esa distancia aparecen como uno solo (a simple vista, sin lupas ni zoom's!).

Así por ejemplo a escala 1/1000, 0.2mm representan 0.20m (20 centímetros) y ese es el error planimétrico propio de un plano a esa escala.

En resumen:

| ESCALA<br>1/ | 0, 2 mm<br>err. XY | EQUIDIST.<br>Esc/1000 | 1/4<br>EQUIDIST<br>err. Z |
|--------------|--------------------|-----------------------|---------------------------|
| 100          | 0,02               | 0,10                  | 0,03                      |
| 200          | 0,04               | 0,20                  | 0,05                      |
| 250          | 0,05               | 0,25                  | 0,06                      |
| 500          | 0,10               | 0,50                  | 0,13                      |
| 1000         | 0,20               | 1,00                  | 0,25                      |
| 2000         | 0,40               | 2,00                  | 0,50                      |
| 5000         | 1,00               | 5,00                  | 1,25                      |
| 10000        | 2,00               | 10,00                 | 2,50                      |

## 2.7 Efecto de la curvatura terrestre

Nos guste o no, la tierra es redonda, y aparte de la necesidad de una proyección cartográfica para representarla, las mediciones que se realizan sobre ella deben ser corregidas de su curvatura, antes incluso de su transformación para llevarlas a la proyección cartográfica.

La corrección más importante es la del efecto de la curvatura terrestre (y la refracción atmosférica) sobre el desnivel. La Z calculada (t+i-m) sin tener en cuenta la curvatura es menor que la real. La Z calculada sin tener en cuenta la refracción atmosférica es mayor que la real. El efecto conjunto, esfericidad y refracción, viene dado por la formula:

$$(e-r)=D_{km}^2/15$$

siendo  $D_{km}$  la distancia reducida en Km. Por ejemplo a 2 Km, la corrección al desnivel por esfericidad y refracción sería:

$$(e-r)=2^2/15=0.26 \text{ metros}$$

es decir hay que añadir 0.26m al desnivel calculado.

Por tanto la formula del desnivel que vimos en 2.4. es mejor aplicarla según:

$$dZ= Dr*\cos Vc +i+m+ Dr_{km}^2/15$$

También la curvatura afecta a las distancias geométricas observadas, y por tanto reducidas, pero en mucho menor medida que a los desniveles y de hecho no es necesario corregirlas en topografía.

El efecto, tanto planimétrico como altimétrico de la curvatura terrestre, se puede ver en la tabla siguiente:

| Efecto de la Curvatura Terrestre |              |             |
|----------------------------------|--------------|-------------|
| Distancia                        | ERROR en m.  |             |
| m                                | planimetrico | altimetrico |
| 500                              | 0,000        | 0,017       |
| 1000                             | 0,000        | 0,067       |
| 2000                             | 0,000        | 0,267       |
| 5000                             | -0,001       | 1,667       |
| 10000                            | -0,004       | 6,667       |
| 20000                            | -0,033       | 26,667      |
| 50000                            | -0,513       | 166,667     |
| 100000                           | -4,107       | 666,667     |

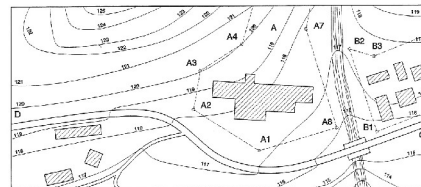
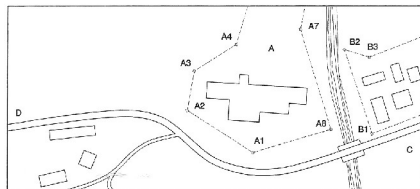
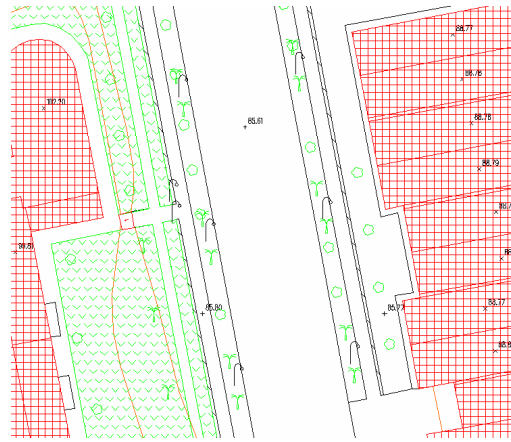
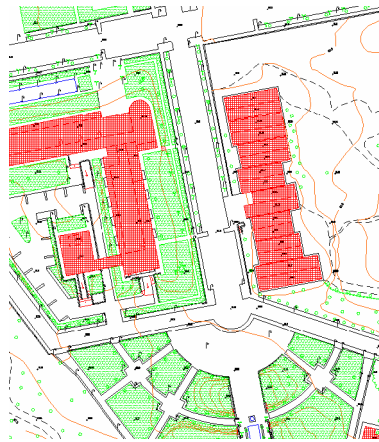
## 2.8 Planimetría , Altimetría y Taquimetría

En un plano y en un mapa se representan determinados elementos que figuran en la realidad geográfica, en forma de signos convencionales o en su verdadera magnitud (dependiendo de la escala). También se representan determinados elementos que definen la forma del terreno.

Se llama **planimetría** al conjunto de elementos que definen los elementos que aparecen en el terreno: calles, casas, muros, postes, semáforos, árboles, acequias, ...

Se llama **altimetría** al conjunto de elementos que definen la forma del terreno, tanto en planta como en alzado: curvas de nivel, cotas, escarpados, líneas de costa, lagos, ...

Normalmente cuando nos encargan un trabajo o nos dan un plano hecho con un levantamiento topográfico, nos referimos a es como "taquimétrico" o "topográfico", y aparecen simultáneamente elementos planimétricos y elementos altimétricos.



## PROBLEMAS TEMA 2º

- 1) Si la distancia geométrica es 1023.457 m, el ángulo vertical cenital es de 85.2635 gon, la altura de instrumento  $i=1.52$  y la altura de mira  $m=2.15$  ¿Cuál es la distancia reducida? ¿y el desnivel?
- 2) Calcular las coordenadas de un punto que está a 157m de distancia reducida y en una acimut de 67gon, del punto de coordenadas  $X=200$ ,  $Y=300$
- 3) Calcular el acimut y la distancia reducida entre los puntos A y B siendo  

|           |           |
|-----------|-----------|
| $X_a=200$ | $X_b=350$ |
| $Y_a=300$ | $Y_b=275$ |
- 5) En un plano a escala 1/300 que:
  - o tolerancia planimétrica tenemos
  - o equidistancia de curvas es recomendable para usos generales
  - o tolerancia altimétrica